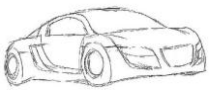


1. VAJA

Dinamična karakteristika vozila

Dinamika vozil

Pripravil: as. dr. Miha Janežič, univ. dipl. inž.

24.11.2011

Kazalo

1. Definicija naloge ... 3
1.1 Primer podatkov o vozilu ... 4
2. Teoretične osnove preračuna ... 6
2.1 Osnovna zgradba vozila ... 6
2.2 Motor ... 6
2.3 Zobniško gonilo ... 7
2.4 Kotno gonilo ... 8
2.5 Kolesa ... 8
2.6 Dinamične razmere med vožnjo ... 8
2.6.1 Kinematika vozila ... 8
2.6.2 Vozni upori ... 9
2.6.3 Vlečna sila na kolesu ... 14
2.6.4 Dinamični vozni faktor ... 16
2.6.5 Mejne strmine ... 17
2.6.6 Razpoložljiva moč na kolesih ter rezerva moči na kolesih (Bilanca moči) ... 18
2.6.7 Pospešek vozila ... 20
2.6.8 Časi pospeševanja ... 21
2.6.9 Poti pospeševanja ... 21
2.7 Navodilo za numerično integriranje po Simpsonu ... 22
3. Uporabljena literatura ... 23

1. Definicija naloge

Izberite si cestno vozilo z motorjem z notranjim izgorevanjem, za katerega v dostopnih virih poiščite relevantne vhodne podatke. Samostojno izdelajte računalniški program, ki mora vključevati tri bistvene elemente: enoto za vnos podatkov, enoto za preračun karakteristik vozila ter izhodno enoto. Če se želite pisanju programa izogniti, lahko nalogo rešite tudi s katerim od programov, kot npr. z EXCEL-om. Tudi v tem primeru mora preglednica vsebovati vse tri zgoraj omenjene elemente.

Za vozilo izdelajte oziroma izračunajte in v poročilu predstavite naslednje:

- diagram zunanje karakteristike motorja $P_M(n)$ in $M_M(n)$,
- diagram vlečnih sil vozila $F_k(v)$ in uporov $R(v)$,
- diagram dinamične karakteristike $D(v)$,
- diagram časa, poti in pospeševanja v odvisnosti od hitrosti $a(v)$, $t(v)$ in $s(v)$ za oba tipa vozila.
- diagram bilance moči $P_k(v)$ z diagrami moči posameznih in skupnega upora $P(v)_{upor}$,
- žagasti diagram hitrosti $v(n)$ z vrisanim potekom pospeševanja,
- diagram mejnih strmin $\alpha(v)$
- diagram zaloge moči $\Delta P(v)$,
- iz diagramov je potrebno določiti:
    - maksimalen vzpon α,
    - maksimalen pospešek vozila a,
    - maksimalno hitrost vozila v.

Iz poročila mora biti razviden postopek reševanja z vsemi enačbami, ki ste jih uporabili. Sklicujte se na vire. Skupaj s poročilom je potrebno oddati še:

- elektronski vir s programom. Program oziroma preglednica naj bo uporabniku prijazno napisana.
- za možnost kontrole vašega izdelka pripravite tudi datoteko/tabelo uporabljenih vhodnih podatkov.
- datoteke z rezultati naj bodo zaradi primerjave rezultatov izračunane na osnovi podatkov v tabeli iz priloge.

1.1 Primer podatkov o vozilu

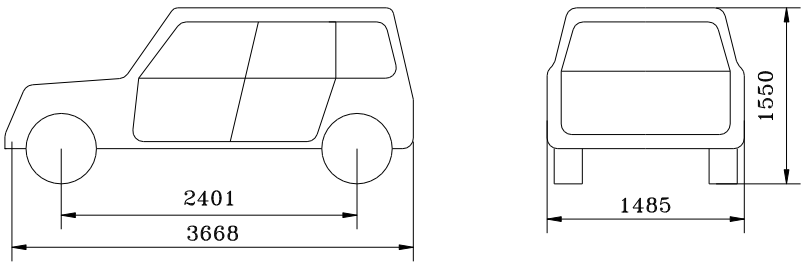
Vozilo: Renault R4 TL

Tab. 1: Zunanja karakteristika motorja

Vrtljaji motorja [obr./min]	Navor motorja [Nm]	Moč motorja [kW]
5000	37,8	19,8
4500	42,2	19,9
4000	45,1	18,9
3500	46,4	17,0
3000	48,9	15,4
2500	48,9	12,8
2000	48,2	10,1
1500	43,8	6,90

Tab. 2: Teže in obtežbe

	Prazno vozilo	Max. obtežba
Obtežba prednje preme	3900 N	5300 N
Obtežba zadnje preme	3050 N	6000 N
Skupna teža vozila	6950 N	11300 N



Slika 1: Skica vozila z osnovnimi dimenzijami

Tab. 3: Prestavna razmerja menjalnika in diferenciala in izkoristki prenosa

	Oznaka	Prestavno razmerje	Oznaka	Izkoristki prenosa
Prva prestava	i_I	3,69	η_I	0,98
Druga prestava	i_{II}	2,24	η_{II}	0,98
Tretja prestava	i_{III}	1,46	η_{III}	0,99
Četrta prestava	i_{IV}	1,027	η_{IV}	0,99
Vzvratna prestava	i_{vz}	3,8	η_{vz}	0,98
Prestava diferenciala	i_{dif}	4,125	/	/
Izkor. ostale transmisije	/	/	η_{ost}	0,90

Ostali podatki:

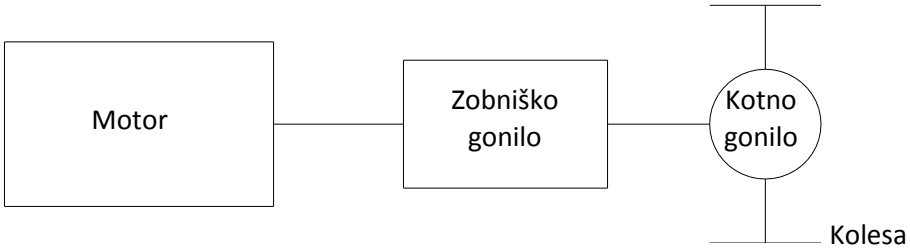
- Faktor kotalnega upora - f = 0,01
- Dimenzija pnevmatik 135/80 - 13
- Površina prečnega prereza vozila - A = 1,8m^2
- Koeficient oblike vozila - C_x = 0,43

2. Teoretične osnove preračuna

Namen naloge je obravnavanje dinamičnih razmer med vožnjo, kot je določanje potrebnih moči za premagovanje določenih voznih razmer, določanje pospeškov, časov pospeševanja itd.

2.1 Osnovna zgradba vozila

V tej vaji nas zanimajo dinamične karakteristike vozila, zato se ne bomo ukvarjali z zgradbo in lastnostmi karoserije vozila, ki razen svoje teže in koeficienta zračnega upora, nima večjega vpliva na dinamične lastnosti vozila. Pozornost bo posvečena pogonskemu sklopu, katerega shemo prikazuje Slika 2.



Slika 2: Shema pogonskega sklopa vozila

Vozilo je shematično prikazano z motorjem, ki nam daje pri določenem številu vrtljajev motorne gredi na njej določen vrtilni moment. Ta vrtilni moment se nato prenaša preko sklopke do zobniškega gonila (menjalnik), ter nato še preko kotnega gonila (diferenciala) do koles.

2.2 Motor

Motor nam služi za pretvarjanje shranjene energije v mehansko vrtilno energijo. Shranjena energija je lahko v obliki kemične energije, kot so bencin, plinsko olje, premog, vodik, itd., ali pa v obliki električne energije shranjene v akumulatorjih. Glede na vrsto shranjene energije ločimo več vrst motorjev:

- motorji z notranjim izgorevanjem
- parni stroji
- plinska turbina
- elektromotorji

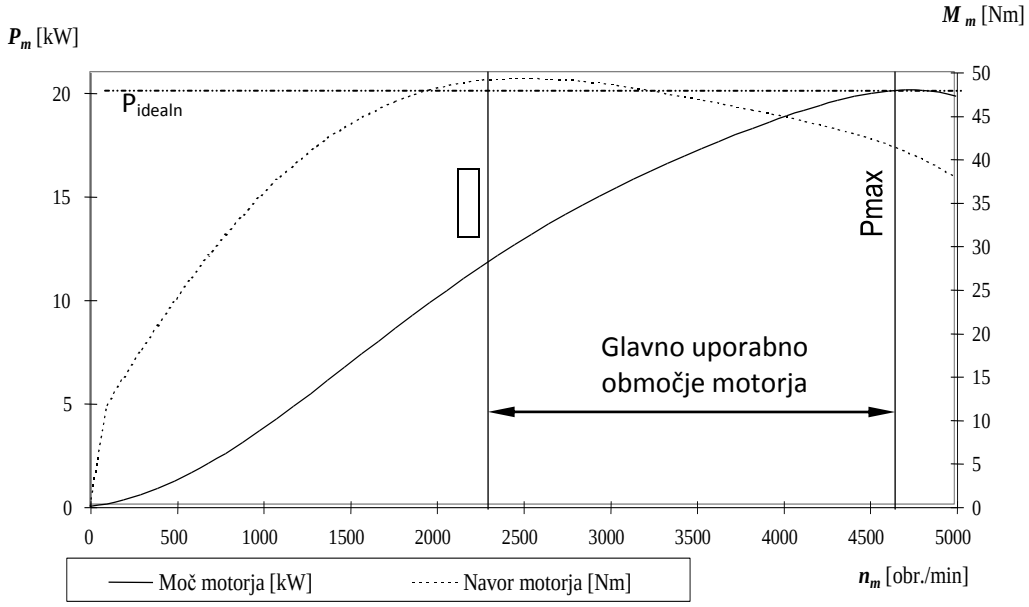
V vozilih so se kot pogonski stroji večinoma uveljavili motorji z notranjim izgorevanjem, zadnje čase pa se vse pogosteje pojavljajo tudi elektromotorji. Nadaljnja obravnava vozil v okviru vaje bo osredotočena na vozila z motorji z notranjim izgorevanjem (MNZ).

Motor kot pogonski stroj v vozilu mora čim bolje izpolniti določene zahteve:

- izstopna gred motorja mora imeti spremenljivo število vrtljajev

- pri vsakem številu vrtljajev izstopne gredi naj bi imel enako (maksimalno) izstopno moč.

Današnji motorji z notranjim izgorevanjem prvo zahtevo delno izpolnjujejo, druge pa ne. Tipično karakteristiko motorja z notranjim izgorevanjem prikazuje Diag. 1.



Diag. 1: Zunanja karakteristika motorja z notranjim izgorevanjem

Od motorjev z notranjim izgorevanjem se zahteva, da imajo glavno uporabno območje s čim večjim razponom števila vrtljajev motorne gredi. Najsodobnejši motorji to zahtevo izpolnjujejo s pomočjo sodobnih tehničnih rešitev, kot so računalniško krmiljen vbrizg goriva, spreminjanje časov odpiranja in zapiranja ventilov, spreminjanje dolžin sesalnih cevi, itd.

Moment motorja je možno izraziti v odvisnosti od moči motorja in števila vrtljajev motorja, kar podaja izraz (1).

(1) $$M_m = \frac{P_m}{\omega_m} \quad [\text{Nm}] \text{ ali } M_m = \frac{30\,P_m}{\pi\, n_m} \quad [\text{Nm}],$$

kjer je:

- P_m [W] moč motorja
- M_m [Nm] navor motorja
- n_m [min^{-1}] vrtilna hitrost motorne gredi
- ω_m [rad/s] kotna hitrost motorne gredi

2.3 Zobniško gonilo

Pri vožnji je zaželeno imeti na kolesu ves čas čim večjo moč, ker imamo tako najboljše pospeške. Kot je bilo že opisano, današnji motorji tega ne omogočajo, vsaj ne v dovolj velikem območju hitrosti (*0 - v_{max}*).

Zahtevo po konstantni moči na pogonskih kolesih lahko izpolni uporaba brezstopenjskega gonila, v praksi pa se večinoma uporablja zobniško stopenjsko gonilo (menjalnik), ki predstavlja zadovoljivo rešitev. Običajno uporabljena stopenjska zobniška gonila imajo na voljo pet ali več prestav za vožnjo naprej in eno prestavo za vzvratno vožnjo. V nižjih prestavah deluje to gonilo kot reduktor, v višjih (od 4 naprej) pa pogosto kot multiplikator s prestavo i_i.

2.4 Kotno gonilo

Pri vožnji skozi ovinek je, zaradi različnih radijev trajektorije, število vrtljajev notranjega pogonskega kolesa manjše od števila vrtljajev zunanjega kolesa, zato kolesa med seboj ne smejo biti togo povezana. Moment se zato iz stopenjskega zobniškega gonila prenaša na kolesa preko kotnega gonila, ki omogoča različne vrtljaje zunanjega in notranjega kolesa. Kotno gonilo služi tudi kot reduktor s prestavo i_{kg}.

2.5 Kolesa

Kolesa služijo prenašanju sil z vozila na cestišče. Kolo je sestavljeno iz platišča in pnevmatike. Za določitev dinamike vozila je pomembno, kolikšen je dinamičen in statičen polmer (r_d, r_{st}) pnevmatike ter kolikšen je koeficient trenja med pnevmatiko in cestiščem.

Kadar podatek o velikosti dinamičnega polmera koles navadno ni poznan si lahko pomagamo z izrazom (2), ki ga približno izračunana iz dimenzij kolesa (pnevmatike).

(2)
$$r_{st} = \frac{D['']*25.4[mm/'']}{2} + \frac{b[mm]*x[\%]}{100[\%]}$$

r_{st}	[mm]	statični polmer kolesa
D	[˝]	premer platišča
b	[mm]	širina pnevmatike
x	[%]	presek pnevmatike

2.6 Dinamične razmere med vožnjo

2.6.1 Kinematika vozila

Motor kot pogonski stroj v vozilu deluje samo v določenem območju vrtljajev motorne gredi (n_{min}-n_{max}), zato potrebujemo v prejšnjem razdelku opisane naprave. Hitrost vozila je zato odvisna od vrtljajev motorja in izbranega prestavnega razmerja v menjalniku. Hitrost vozila se določa z izrazom (3), vrtilna hitrost koles pa z izrazom (4).

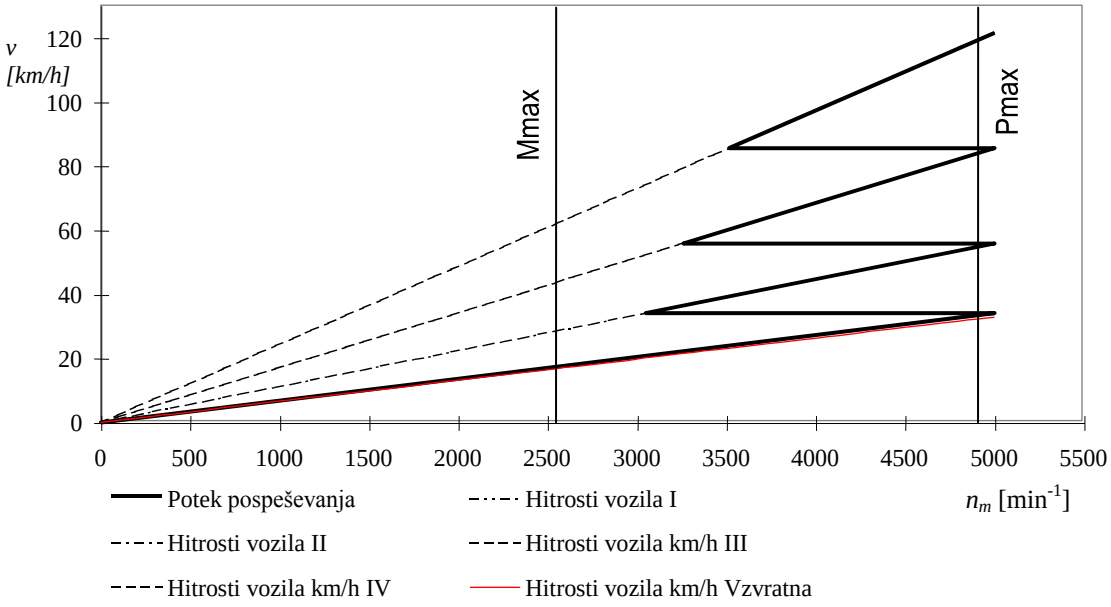
(3)
$$v = \frac{n_k \pi r_d}{30}$$

v	[m/s].....	hitrost vozila
n_k	[min^{-1}]....	vrtilna hitrost koles

(4)
$$n_k = \frac{n_m}{i_i i_{kg}}$$

i_i [/] ..... trenutno prestavno razmerje v stopenjskem zobniškem gonilu

i_{kg} [/] ..... prestavno razmerje kotnega gonila



Diag. 2: Žagasti diagram hitrosti vozila

Diag. 2 prikazuje hitrost vozila v odvisnosti od prestave in števila vrtljajev motorne gredi. Krivulja ˝Potek pospeševanja˝ prikazuje potek pospeševanja, kjer prestavljamo pri maksimalnem številu vrtljajev motorja, kar omogoča najhitrejše pospeševanje vozila. Pri pravilno izračunanih prestavnih razmerjih menjalnika smo pri pospeševanju ves čas znotraj območja, ki ga določata število vrtljajev maksimalnega vrtilnega momenta in maksimalne moči motorja.

2.6.2 Vozni upori

Vsako gibanje po zemeljski površini je zaradi različnih uporov vezano na izgubo energije. Pri premočrtnem gibanju vozila se pojavijo naslednji vozni upori:

R_f [N] **.....** kotalni upor,

R_s [N] **.....** upor strmine,

R_z [N] **.....** zračni upor,

R_i [N] **.....** upor vztrajnostnih mas in

R_p [N] **.....** upor priklopnika.

2.6.2.1 Kotalni upor R_f

Kotalni upor deluje v dotikališču koles s cestiščem in je posledica izgubljenega dela zaradi deformacije pnevmatik in vozišča. V primeru vožnje po ravni cesti se R_f računa po enačbi

(5) $$R_f = f \cdot \sum Z = f \cdot G$$

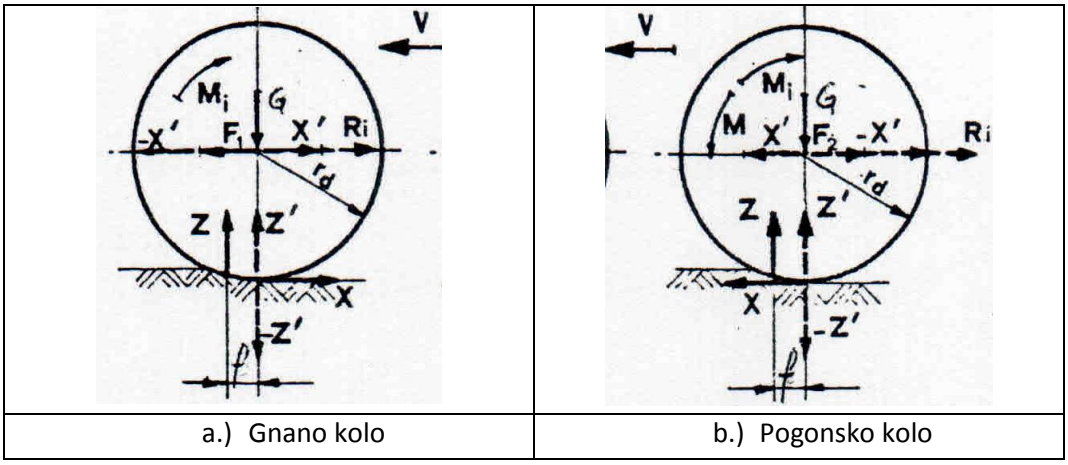
v primeru vožnje vozila v strmino pa se kotalni upor zmanjša

(6) $$R_f = f \cdot G \cdot \cos(\alpha)$$

G [N] ..... teža vozila

f [/] ..... koeficient kotalnega upora

α [°]..... kot vzpona



a.) Gnano kolo | b.) Pogonsko kolo

Slika 3: Kotalni upor na gnanem in pogonskem kolesu

Tab. 4: Okvirne vrednosti faktorja kotalnega upora f

Vrsta vozišča	***f***
Asfaltna, gladka	0,010
betonska, gladka	0,010
betonska, hrapava	0,014
kocke, zelo dobre	0,015
kocke, dobre	0,020
kocke, slabše	0,033
makadam, slab	0,035
poljska pot, dobra	0,045
poljska pot, srednja	0,080
poljska pot, slaba	0,160
pesek, mehak, suh	0,150 – 0,300

Drugi vzrok za nastanek kotalnega upora so tangencialni pomiki v naležni ploskvi pnevmatike, ki povzročajo podrsavanje. Ti tangencialni pomiki so odvisni od izvedbe tekalne površine, ki je lahko krožna ali valjasta. Pri valjasti obliki praktično ni tangencialnih pomikov, zato je tu kotalni upor manjši. Koeficient kotalnega upora ugotavljamo s poskusi in je funkcija:

(7) $$f = f\left(Q_{tp}, p_p, Q_c, v\right),$$

kjer je:

Q_{tp}	[/]	kvaliteta tekalne površine pnevmatike
Q_c	[/]	kvaliteta cestišča
p_p	[Pa]	tlak v pnevmatiki
v	[m/s]	hitrost vozila

Za izračun predpostavimo, da se kotalni upor s hitrostjo ne spreminja. Kotalni upor vozila pri vožnji naravnost sestavljajo:

- osnovni kotalni upor koles,
- upor stekanja koles in
- upor zaradi vožnje po neravni cesti.

Delež upora zaradi stekanja in neravnosti cestišča je majhen in ga navadno lahko zanemarimo.

2.6.2.2 Zračni upor R_z

Zračni upor sestavljajo naslednje komponente:

- tlačni upor, ki je rezultanta vseh normalnih tlačnih sil, delujočih na površino vozila, ali upor oblike,
- upor trenja, ki je rezultanta vseh tangencialnih sil, delujočih na površino vozila, ali upor površine,
- upori, ki se pojavljajo kot posledica neobhodnih delov vozila (ključavnice, ogledala,...), ki kakorkoli odstopajo od osnovnega profila vozila in
- upori, ki nastanejo zaradi pretakanja zraka skozi hladilnik motorja in skozi notranjost vozila.

R_z v primeru, ko je absolutna hitrost zraka $w = 0$ je

(8) $$R_z = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot c \cdot v^2$$

ρ	[kg/m^3]	gostota zraka
c	[/]	koeficient zračnega upora, ki združuje vse zgoraj navedene vplive ($c_x = c_1+c_2+c_3+c_4$)
A	[m^2]	površina, ki jo dobimo kot projekcija vozila na ravnino pravokotno na smer gibanja; to je tako imenovana čelna površina
v	[m/s]	hitrost vozila
w	[m/s]	absolutna hitrost zraka

V primeru, ko je absolutna hitrost zraka različna od 0, je v relativna hitrost vozila glede na hitrost vetra w ($v = v \pm w$).

Površino preseka vozila A_x določamo po enačbi:

- Za osebna vozila

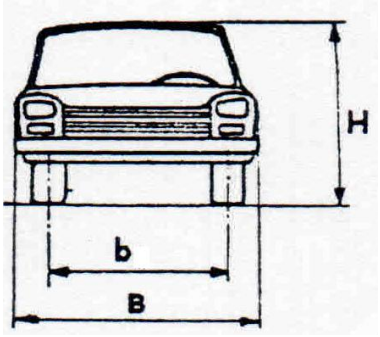
(9) $$A \approx 0.9 \cdot b \cdot H$$

- Za tovorna vozila

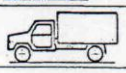
(10) $$A \approx 0.78 \cdot B \cdot H ,$$

kjer je:

b [m]..... razdalja med kolesi - kolotek
B [m]..... največja širina vozila
H [m]..... največja višina vozila



Slika 4: Projekcija vozila

Oblika vozila		c_x
	pontonska oblika	0.40 - 0.55
	reflektorji in zad.kol.v trupu, brez odbijačev	0.30 - 0.40
	K-oblika, zadek-odrezana takovna oblika	0.23
	takovna oblika, reflekt. vsa kolesa v trupu, dno vozila oblečeno	0.20 - 0.25
	tovorno vozilo, vlaki vlak (vozilo + prikol.)	0.85 0.985
	avtobus	0.60 - 0.70

Slika 5: Koeficienti zračnega upora

2.6.2.3 Upor strmine R_S

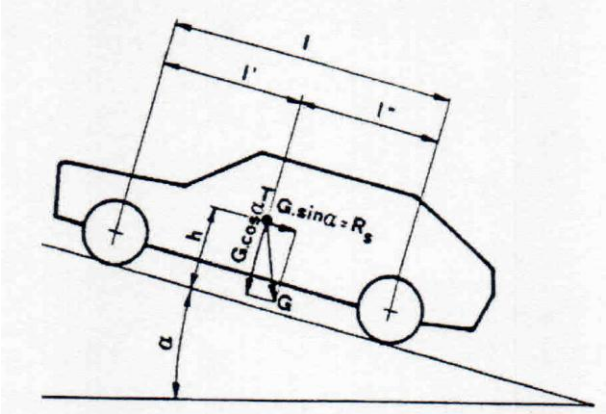
Komponento teže R_s paralelno s strmino imenujemo upor strmine ali vzponski upor. Iz paralelograma sil je razvidno, da je

(11) $$R_S = \pm G \cdot \sin(\alpha)$$

Običajno podajamo vzpon α v %. To ustreza tangensu kota med strmino in vodoravno ravnino

(12) $$\tan(\alpha) = \frac{\alpha_{\%}}{100}$$

Upor strmine je lahko pozitivno ali negativno predznačen, odvisno od smeri vožnje. Pri vožnji navzgor upor strmine vozilo zavira ($R_s<0$), pri vožnji navzdol pa pospešuje ($R_s>0$).



Slika 6: Upor strmine

Pri projektiranju vozil upoštevamo največji cestni vzpon v Evropi, ki znaša 26%. Pri vozilih namenjenih specialni rabi, pa je potrebno največji vzpon dodatno definirati.

2.6.2.4 Upor vztrajnostnih mas R_i

Pri premočrtnem pospešenem gibanju se porabi del moči za pospeševanje translatornih mas R_i', drugi del pa za pospeševanje rotacijskih mas vozila R_i''.

(13) $$R_i = R_i^{'} + R_i^{''}$$

(14) $$R_i^{'} = \frac{G}{g}a \quad ; \quad R_i^{''} = (J_m \frac{i_m^2 i_{kg}^2}{r_d^2}\eta + z\frac{J_k}{r_d^2})a$$

Celotni upor vztrajnostnih mas je torej

(15) $$R_i = \frac{G}{g}a(1 + J_m \frac{i_m^2 i_{kg}^2}{r_d^2 m}\eta + z\frac{J_k}{r_d^2 m})$$

(16) $$R_i = R_i^{'}\delta = \frac{G}{g}\delta$$

ρ [/]..... faktor rotacijskih mas

Faktorja rotacijskih mas ρ zaradi nepoznavanja vztrajnostnih momentov ne moremo izračunati, lahko pa ga približno ocenimo z izrazom (17).

(17) $$\delta = 1.03 + a i_m^2,$$

kjer je a = 0.04 (osebna vozila) ÷ 0.07 (tovorna vozila).

Faktor rotacijskih mas lahko določimo tudi po drugi izkustveni enačbi (izraz (18).

(18) $$\delta = 1 + k_1 + k_2 i_i^2$$

k_1 [/]..... faktor rotacijskih vztrajnostnih mas koles
k_2 [/]..... faktor rotacijskih vztrajnostnih mas motorja

(19) $$k_1 = \frac{z_k I_k g}{r_{st} r_{din}}$$

z_k [/]..... število koles
I_k [kgmm^2] masni vztrajnostni moment kolesa
r_{st} [mm] ..... statični polmer kolesa
r_{din} [mm] ..... dinamični polmer kolesa

(20) $$k_2 = \frac{I_m i_{kg}^2 g}{\eta_t r_{st} r_{din}}$$

I_m [kgmm^2] povprečen masni vztrajnostni moment gibajočih se delov motorja
η_{st} [/]..... izkoristek transmisije

Velikost faktorjev k_1 in k_2 se da približno določiti tudi iz izkušenj:

$k_1 \approx 0{,}076$
$k_2 \approx 0{,}007$.

2.6.3 Vlečna sila na kolesu

Vrtilni moment, ki je pri določeni vrtilni hitrosti motorja na voljo na motorni gredi, se prenaša preko transmisije na kolesa. Velikost vrtilnega momenta na kolesih se izračuna z izrazom (21) Za premagovanje sil voznih uporov je na kolesu potrebna sila, ki jo izračunamo z izrazom (22).

(21) $$M_{k,i}(v) = M_m(n_m(v)) i_i i_{kg} \eta_i \eta_{kg} \eta_o = M_m\left(i_i i_{kg} \frac{30 v}{\pi r_d}\right) i_i i_{kg} \eta_i \eta_{kg} \eta_o$$

$M_{k,i}(v)$ [Nm]..... vrtilni moment na kolesu v i-ti prestavi
$M_m(v)$ [Nm]..... vrtilni moment motorja

η_I [/]..... izkoristek menjalnika v i-ti prestavi

η_{kg} [/]..... izkoristek kotnega gonila

η_o [/]..... izkoristek ostalih prenosov

(22) $$F_{k,i}(v)=\frac{M_{k,i}(v)}{r_d}$$

$F_{k,i}(v)$ [N] ..... vlečna sila na kolesu

V primeru, da bi imeli idealen motor (pri vseh vrtilnih hitrostih enako - maksimalno moč) ali pa brezstopenjski menjalnik, ter idealno transmisijo z izkoristkom 1, bi imeli na kolesu idealno vlečno silo, ki se izračuna z izrazom (23).

(23) $$F_{id}(v)=\frac{P_{konst(\max)}}{v}$$

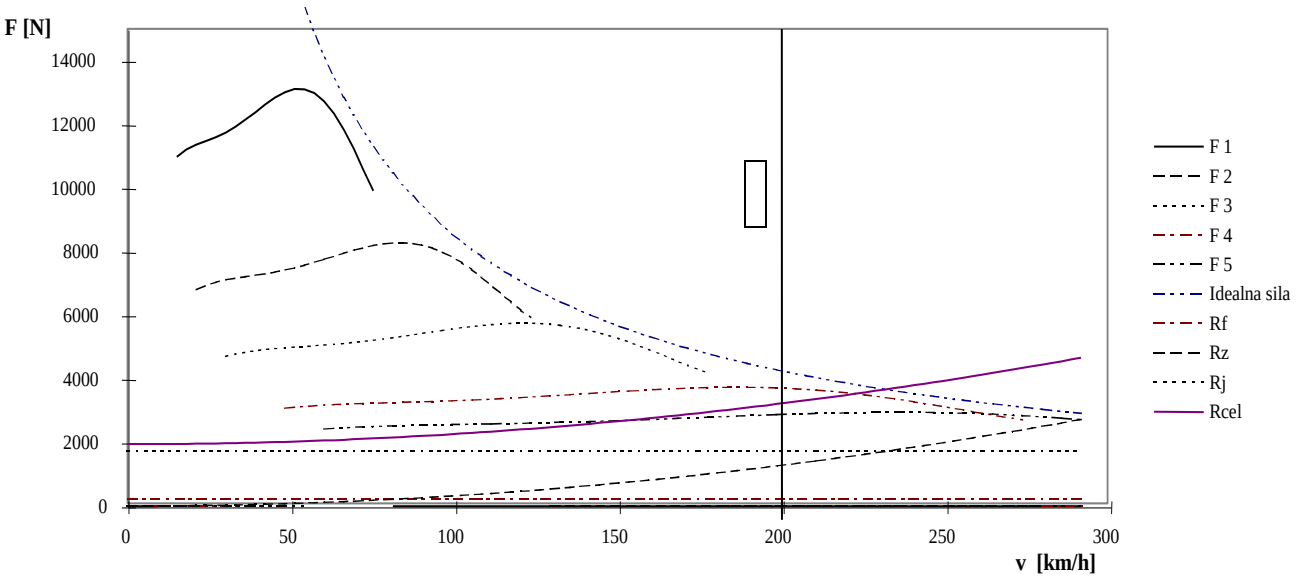
$F_{id}(v)$ [N] ..... idealna sila na kolesu

P_{konst} [W] ..... idealna konstantna moč motorja

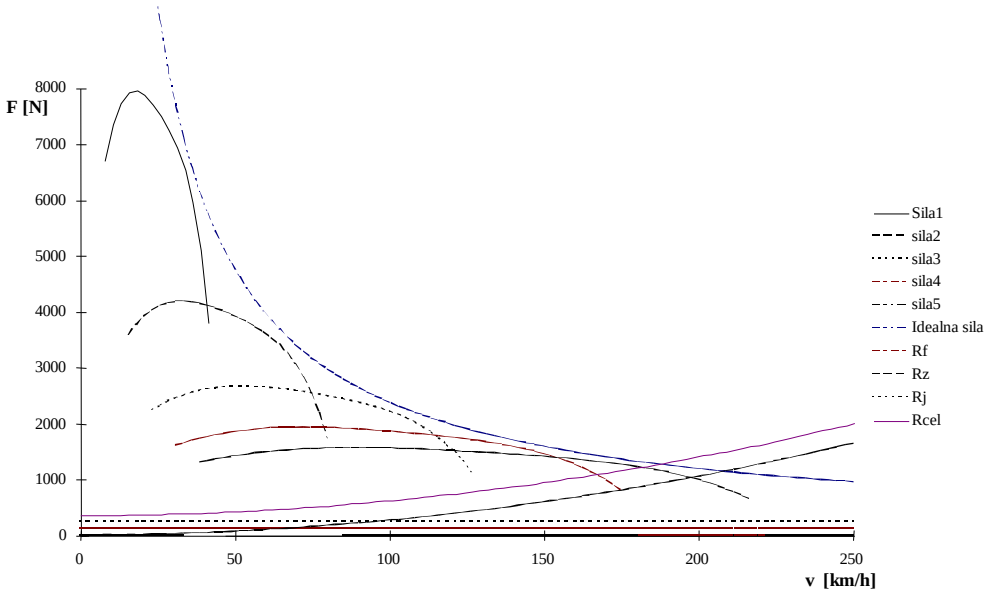
Pogonski sili na kolesih F_k nasprotujejo sile upora

(24) $$F_k=\sum R=R_f+R_z+R_s+R_i$$

Enačba se imenuje gibalna enačba, oziroma bilanca sil. S pomočjo te enačbe lahko izračunamo, kolikšna mora biti skupna vlečna sila F_k, ki je potrebna za premagovanje uporov, oziroma kolikšen delež vlečne sile pripada določeni sili upora. To enačbo uporabljamo pri ocenjevanju voznih karakteristik vozila.



Diag. 3: Diagram sil na kolesu ter sil voznih uporov za vozilo BMW 850 i



Diag. 4: Diagram sil na kolesu ter sil voznih uporov za vozilo Audi A4 1.9 TDI

Diag. 3 in Diag. 4 prikazujeta velikosti posameznih sil v odvisnosti od hitrosti vozila. Iz diagrama se lahko določi maksimalna hitrost, ki jo vozilo lahko doseže. Maksimalna hitrost je pri tisti hitrosti, kjer se sekata krivulji R_{cel} in $F_{(vmax)}$. Iz primerjave rezultatov je lepo vidna razlika in vpliv navorne karakteristike, saj se v drugem primeru veliko bolj približamo idealni krivulji.

2.6.4 Dinamični vozni faktor

Pri določeni hitrosti vožnje je na kolesu določena vlečna sila, nasprotuje pa določena sila voznih uporov. Razlika vlečne sile in sile voznih uporov nam predstavlja rezervo sile $F_{rez.}$, ki jo lahko izkoristimo za pospeševanje. Za lažjo primerjavo med različnimi vozili se po enačbi št 26 izračuna dinamični vozni faktor (D), ki upošteva silo na kolesu in silo zračnega upora. Dinamični vozni faktor je v bistvu rezerva vlečne sile na kolesu reducirana s silo teže vozila.

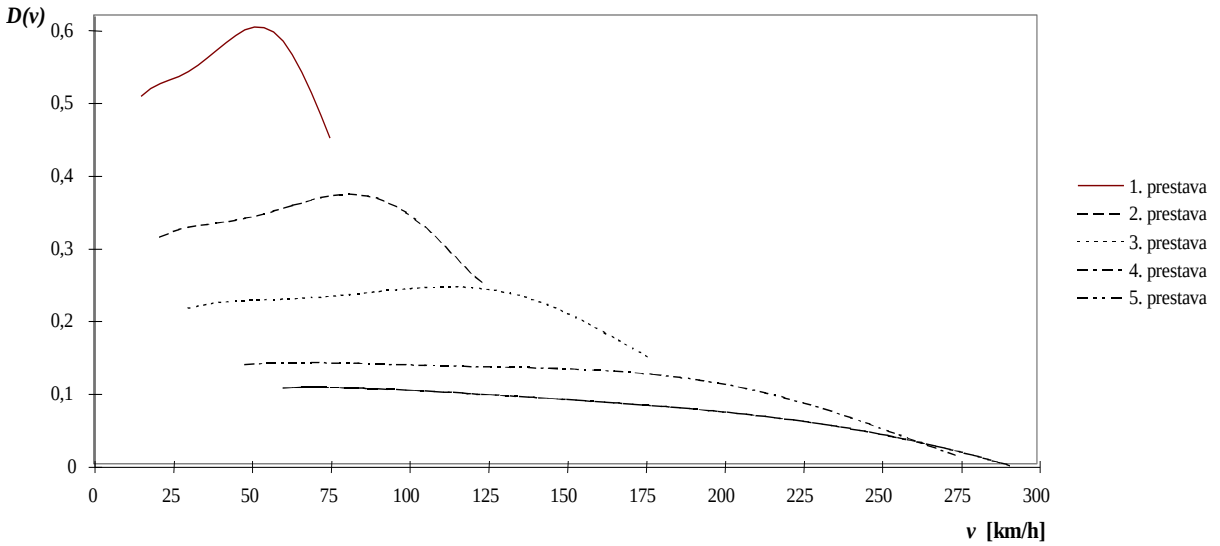
(25) $$F_{rez,i}(v)=F_{k,i}(v) - R_{cel}(v)$$

$F_{rez,i}(v)$ ..... rezerva vlečne sile na kolesu

(26) $$D_i(v)=\frac{F_{k,i}(v)-R_z(v)}{G}=\frac{R_f+R_j+R_i}{G}$$

$D_i(v)$ [/] ..... dinamični vozni faktor

G [N] ..... sila teže vozila



Diag. 5: Diagram dinamičnih voznih faktorjev

Diag. 5 prikazuje velikost dinamičnega voznega faktorja v odvisnosti od hitrosti vozila (podatki: vozilo BMW 750i).

2.6.5 Mejne strmine

Razmeroma velik upor pri vožnji predstavlja tudi sila, ki je potrebna za premagovanje strmine (sila upora strmine). Moč za premagovanje te sile, najbolj izrazito pri večjih hitrostih, zelo naraste in postane glavna omejitev največje hitrosti.

Maksimalen vzpon, ki ga vozilo zmore pri določeni hitrosti, izpeljemo iz enakosti (izraz (27)).

(27) $$D(v) = f\cos(\alpha(v)) + \sin(\alpha(v)) = f\sqrt{1-\sin^2(\alpha(v))} + \sin(\alpha(v))$$

Pri premagovanju strmine je hitrost konstantna. S kvadriranjem enačbe dobimo

(28) $$(1+f^2)\sin^2(\alpha(v)) - 2D(v)\sin(\alpha(v)) + (D^2(v) - f^2) = 0$$

Odtod sledi

(29) $$\sin(\alpha(v)) = \frac{D(v) - f\sqrt{1+f^2-D^2(v)}}{1+f^2} \Rightarrow$$

(30) $$\alpha_i(v) = \arcsin\left(\frac{D_i(v) - f\sqrt{1-D_i^2(v)+f^2}}{1+f^2}\right)$$

Izpolnjen mora biti pogoj $1 > D(v) > f$, če naj bo koren realno število.

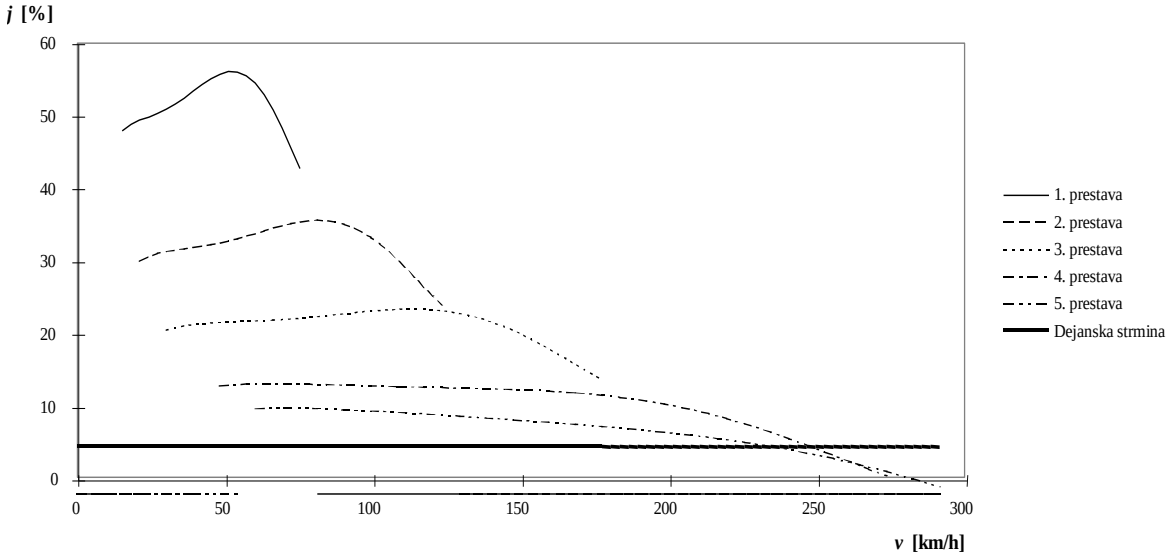
Mejna strmina predstavlja naklon strmine, ki ga vozilo pri določeni hitrosti še lahko premaga s konstantno določeno hitrostjo.

$\alpha_i(v)$ [^{o}] ..... mejna strmina

Velikost strmine se v praksi podaja v procentih (j = [%]) in ne v stopinjah (α = [^{o}]). Matematično povezavo med obema načinoma podajanja strmine podaja izraz št. 31

(31) $$j = \sin(\alpha[^o])100[\%]$$

j [%] ..... velikost klanca



Diag. 6: Diagram mejnih klancev

Diag. 6 prikazuje kolikšni so mejni klanci v odvisnosti od hitrosti vozila v posameznih prestavah (podatki: vozilo BMW 750i). V tem diagramu se vidi, da bi vozilo lahko v prvi prestavi premagalo klanec 56 %. To pomeni da ima vozilo dovolj močan motor, vendar pa bi v praksi takšnega klanca ni mogoče zvoziti, ker bi kolesa prej zdrsnila ali pa bi se vozilo prekucnilo preko zadnjih koles.

2.6.6 Razpoložljiva moč na kolesih ter rezerva moči na kolesih (Bilanca moči)

Namesto ravnotežja sil lahko izvedemo ravnotežje dovedenih moči na pogonska kolesa $P_{k.}$

(32) $$P_k = P_M \eta = P_f + P_s + P_z + P_i$$

Dovedena moč pogonskim kolesom je v vsakem trenutku enaka skupni potrebni moči za premagovanje voznih uporov. Ta izraz imenujemo **bilanca moči**. Bilanca moči je zelo primerna za reševanje problemov ekonomičnosti porabe goriva kot tudi za analizo posameznih parametrov sistema motor-vozilo. Povezave med močmi in silami

(33)
$$P_f = R_f v \quad [\mathrm{W}] \quad ; \quad P_s = R_s v \quad [\mathrm{W}]$$
$$P_z = R_z v \quad [\mathrm{W}] \quad ; \quad P_i = R_i v \quad [\mathrm{W}]$$
$$P_k = R_k v \quad [\mathrm{W}]$$

Krivulje 1-5 v Diag. 7 predstavljajo moč na kolesu v določeni prestavi, debelejša krivulja pa predstavlja vsoto moči uporov pri določeni hitrosti. Presečišče te krivulje s krivuljami moči na kolesu določa maksimalno hitrost vozila.

Razlika moči *ΔP* predstavlja rezervo moči, ki jo lahko izkoristimo za pospeševanje vozila (glej Diag. 7).

(34)
$$\Delta P = P_k - (P_f + P_j + P_v)$$

V primeru numeričnega izračuna karakteristik je najbolje, da bilanco moči izračunavamo z naslednjimi izrazi:

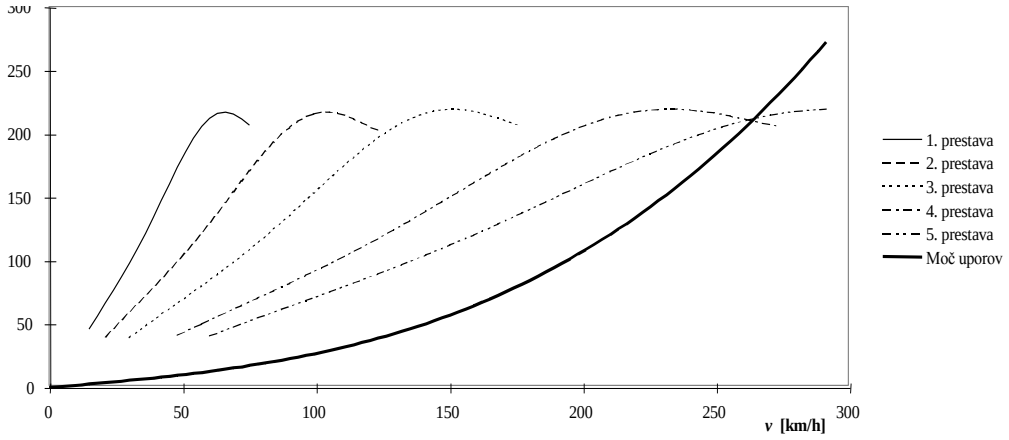
(35)
$$P_{i,(cel)}(v) = \frac{F_{i,(R_{cel})}(v)\, v}{3{,}6}$$

$P_{i,cel}(v)$ [kW] ..... moč v odvisnosti od hitrosti vozila

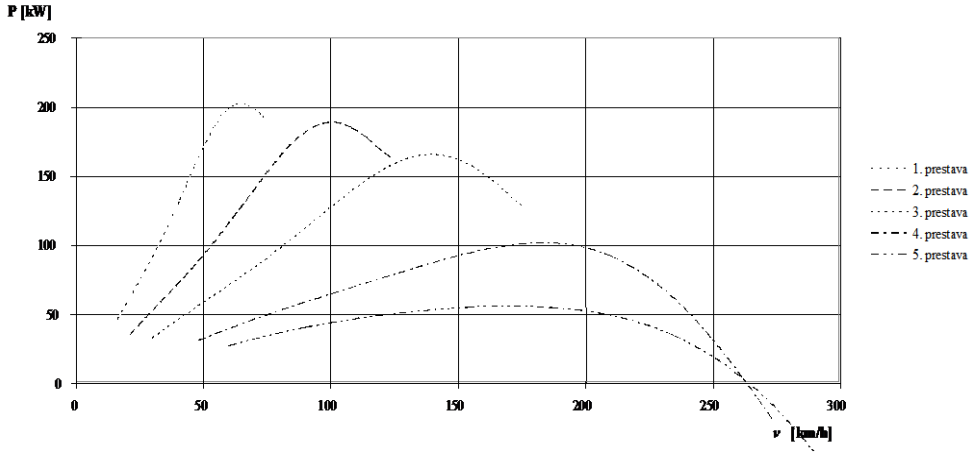
$F_{i,(R_{cel})}(v)$ [N] .... sila v odvisnosti od hitrosti

(36)
$$P_{rez} = P_i - P_{cel}$$

P_{rez} [N] ..... rezerva moči



Diag. 7: Diagram moči (podatki: vozilo BMW 750i)



Diag. 8: Diagram rezerve moči (podatki: vozilo BMW 750i)

2.6.7 Pospešek vozila

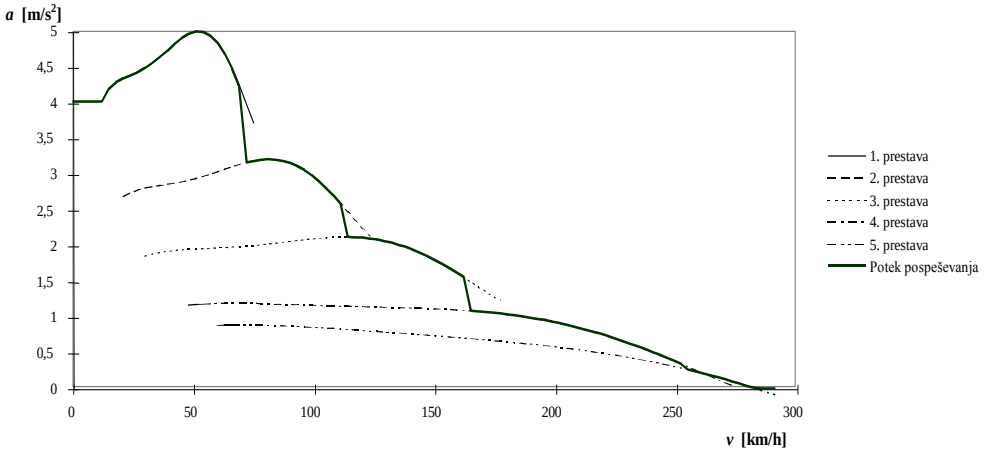
Najbolj pomemben rezultat preračuna dinamike vozila je pospešek vozila, za katerega si pri vsakem vozilu želimo, da je čim večji. Pospešek se na podlagi že izračunanih vrednosti izračuna z izrazom (37).

(37) $$a_i(v)=\left(D_i(v) - f\right)\frac{g}{\delta}$$

$a_i(v)$ [m/s^2] .... pospešek vozila

g [m/s^2] .... gravitacijski pospešek

δ [/] ..... faktor rotacijskih vztrajnostnih mas



Diag. 9: Diagram pospeškov

Diag. 9 prikazuje velikosti pospeškov v posameznih prestavah v odvisnosti od hitrosti vozila. Krivulja ˝Potek pospeševanja˝ pa prikazuje dejanski potek velikosti pospeškov med pospeševanjem vozila (podatki: vozilo BMW 750i).

2.6.8 Časi pospeševanja

Pri izračunu časov pospeševanja izhajamo iz izraza (38), od koder dobimo izraz (39) za izračun časa pospeševanja med dvema hitrostima (v_1 uin v_2)

(38) $$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dt = \frac{dv}{a}$$

(39) $$t(v) = \int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{a(v)} dv$$

$t(v)$	[s]	čas pospeševanja od hitrosti v_1 do hitrosti v_2
v_1	[m/s].....	začetna hitrost vozila
v_2	[m/s].....	končna hitrost vozila

Pri vsakem pospeševanju je potrebno prestavljati iz nižje prestave v višjo za kar tudi potrebujemo določen čas, zato so dejanski časi pospeševanja večji od tako izračunanih časov.

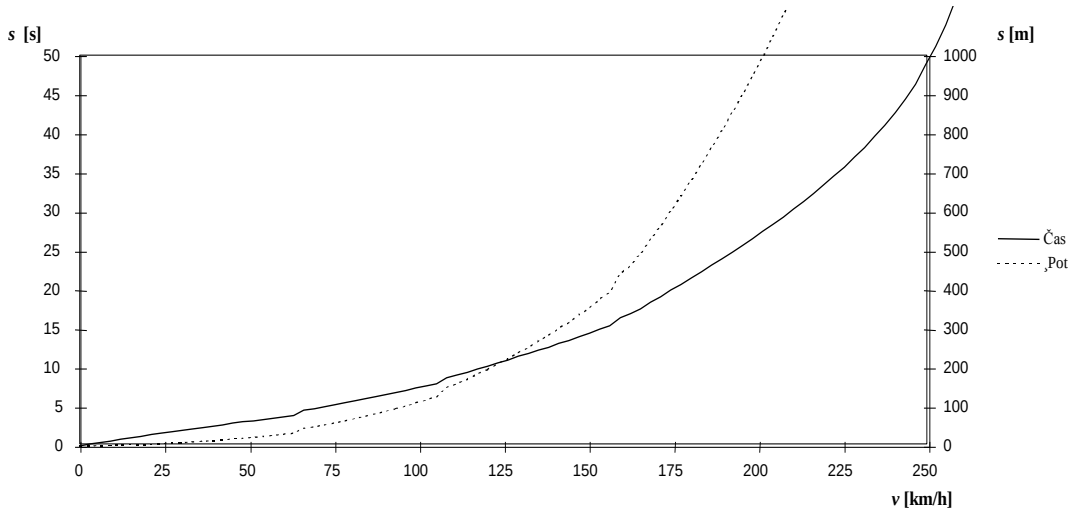
2.6.9 Poti pospeševanja

Pri izračunu poti pospeševanja izhajamo iz izraza (40), od koder dobimo izraz (41) za izračun poti pospeševanja med dvema hitrostima (v_1 in v_2).

(40) $$v = \frac{dS}{dt} \Rightarrow dS = v dt$$

(41) $$s(v) = \int_{t(v_1)}^{t(v_2)} v(t) dt$$

$s(v)$	[m].....	pot pospeševanja od hitrosti v_1 do hitrosti v_2
$t(v_1)$	[s]	čas ob začetni hitrosti vozila
$t(v_2)$	[s]	čas ob končni hitrosti vozila



Diag. 10: Diagram časov in poti pospeševanja

Diag. 10 prikazuje čase in poti pospeševanja potrebne za dosego določene hitrosti. V tem diagramu so upoštevani tudi časi potrebni za prestavljenje. Časi prestavljanja so t_{pres} = 0,5 s.

2.7 Navodilo za numerično integriranje po Simpsonu

Simpsonovo pravilo

(42) $$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right) + R$$

(43) $$h = \frac{b-a}{2}$$

Posplošeno Simpsonovo pravilo

(44) $$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + \ldots + 2f_{n-2} + 4f_{n-1} + f_n\right)$$

(45) $$h = \frac{b-a}{n}$$

3. Uporabljena literatura

[1] Kraut, B.: Krautov strojniški priročnik, Tehniška založba Slovenije, Ljubljana, 1993

[2] Hillier, V. A. W.: Delovanje motornega vozila,Tehniška založba Slovenije, ljubljana, 1994.

[3] Simić, D.: Motorna vozila, Naučna knjiga, Beograd, 1988.

[4] Bohner, M.; Et all: Motorno vozilo, Tehniška založna Slovenije, Ljubljana, 1999.

[5] Goljar, M.: Motorna vozila - Osnove konstruiranja, Ljubljana, FS, 1977.